

## Algunos referentes históricos de la Teoría de Juegos en Economía.

(extracto de Osuna R (2003) *Un modelo secuencial para el cálculo de precios. El caso español, 1986-1994. Ph.D dissertation. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), 2003.*)

Sraffa asegura que un primer borrador de *Producción de Mercancías*, que leyó Keynes, estaba disponible en 1928, pero no, al parecer, en 1925, fecha en la que Sraffa aún argumentaba que «sólo el caso de rendimientos constantes era generalmente coherente con las premisas de la teoría económica» (Sraffa, 1960, Prefacio, página 12). En el mismo lugar Sraffa señala que «la tentación de presuponer rendimientos constantes no es enteramente caprichosa. El propio autor la experimentó cuando comenzó estos estudios hace muchos años –y le condujo, en 1925, al intento de argumentar que sólo el caso de los rendimientos constantes era generalmente coherente con las premisas de la teoría económica. Es más, cuando, en 1928, Lord Keynes leyó un borrador de las primeras proposiciones de este trabajo, recomendó que si *no* iban a suponerse rendimientos constantes, debería hacerse una clara advertencia en tal sentido». Por su parte, Roncaglia (1990, Apartado 5) señala que «la afirmación sobre la ausencia de hipótesis de rendimientos [constantes] a escala se refiere, en rigor, sólo a las partes Primera y Segunda de su libro [de Sraffa]». En el mismo sentido véase Kurz y Salvadori (1995), página 419. Pero hay una pieza esencial de *Producción de Mercancías* en la Parte Primera que depende de ese supuesto: las matrices de coeficientes no varían con el nivel de producción sólo bajo rendimientos constantes, y en el caso de la construcción de la mercancía patrón el vector que establece el nivel de producción se ve alterado por lo que ésta (de vital importancia, como veremos) sólo puede construirse bajo dicho supuesto. En efecto, si el sistema patrón no puede compartir técnica con el sistema original la mercancía patrón pierde sus propiedades.

Sraffa fecha la mercancía patrón, los productos conjuntos y el capital fijo durante los años 30 y principios de los 40. Por tanto Sraffa planteó al menos el tratamiento del capital fijo como producto conjunto a la vez que Von Neumann (1932). No obstante en 1960 ese precedente tampoco se da por conocido (véase la nota al pie siguiente), aunque sabemos que Sraffa supo al menos de la versión inglesa del trabajo de Von Neumann en 1945 (véase Champernowne, 1945, nota 1, donde agradece a Sraffa su ayuda). Bien es verdad que el desarrollo de Sraffa fue el más completo hasta la fecha. Para todo el proceso de elaboración de *Producción de mercancías por medio de*

*mercancías* véase Potier (1994), capítulo IV, sobre todo las páginas 133-135 y 157-163.

Sraffa señala además (Sraffa, 1960, Apéndice D, página 131) que la interpretación del modelo-grano de Ricardo presente en la *Introducción* a sus *Obras Completas*, editadas por el propio Sraffa y Maurice Dobb en 1951, es *posterior* al desarrollo de la mercancía patrón y a la distinción de mercancías básicas y no básicas en la larga gestación de *Producción de Mercancías*. A la altura de 1955 la obra había dejado de crecer (Sraffa, 1960, página 12). Sraffa admite (página 13) que otros alcanzaran resultados similares a los suyos, pero «independientemente», lo que implica, *sensu contrario*, que no reconoce influencias directas de otros, ni conoce de *antecedentes*. Si dejamos a un lado a los propios clásicos. Sraffa señala como antecedente directo de su modelo de ecuaciones simultáneas a los esquemas de Quesnay; a Ricardo como inspirador directo de la mercancía patrón; y a Torrens como el primero en tratar el capital fijo de distintas edades como un producto conjunto, al que después siguieron Ricardo, Malthus y Marx, procedimiento que «parece haber caído más tarde en el olvido» (Sraffa, 1960, Apéndice D).

Sin embargo Dmitriev (1898) calcula precios directos a partir de insumos y producto físicos y precios de producción a partir de insumos históricos de trabajo directo, un claro precedente de la *reducción a cantidades de trabajo fechadas* de Sraffa (Dmitriev, 1898, página 44); también deduce la relación inversa entre salario y tipo de beneficio en forma de *frontera de posibilidades de producción* determinada por la tecnología (Dmitriev, 1898, página 59); alcanza la formulación de un sistema de precios para  $n$  mercancías similar al de Sraffa, si bien con salarios prepagados y sin insumos intermedios (Dmitriev, 1898, página 60). Mühlport (1895) planteó ya un sistema de ecuaciones simultáneas para la determinación de  $n$  precios y el tipo de beneficio a partir de los coeficientes técnicos de producción, si bien su trabajo cayó en el olvido y no ejerció influencias (Howard y King, 1989, páginas 55-57; y Howard y King, 1987). Von Bortkiewicz (1906 y 1907) –que reconoce explícitamente influencias de Komorzynsky (1897), Dmitriev (1898) y Tugán-Baranowsky (1905)<sup>1</sup>, reconstruye los ejercicios de simulación de Marx en forma de sistemas de ecuaciones de precios *simultáneas*, que Seton (1957) generaliza mucho después para  $n$  mercancías.

---

<sup>1</sup> De Komorzynsky en la primera parte de Borkiewicz (1906), página 15, que no fue incluida en la edición de 1952; de Tugan-Baranowski en Bortkiewicz (1906), página 51, nota 111 y Bortkiewicz (1907), a lo largo de todo el artículo; y de Dmitriev en Bortkiewicz (1906), página 22.

Charasoff (1910) añade ya en 1910 la distinción formal entre mercancías básicas y no básicas, reproductivas y no reproductivas, la mercancía patrón, y el crecimiento equilibrado (véase el *Apéndice I* dedicado a Charasoff). Von Neumann (1932) desarrolla este último punto y trata el capital fijo como un producto conjunto. Este trabajo se leyó por vez primera en el invierno de 1932, en el transcurso de un seminario matemático en la Universidad de Princeton, y se publicó en alemán en 1938, para ser traducido al inglés por G. Morgenstern y publicado en 1945 a iniciativa de Nicholas Kaldor, quien era presidente del comité editorial de *The Review of Economic Studies*. Kaldor se preocupó de adaptar el carácter fuertemente matemático del texto original (que llevaba por título «On a Economic System of Ecuations and a Generalization of Brouwer's Fixed point Theorem») y de encargar a David Champernowne un comentario económico que lo complementara (Kaldor, 1989). No obstante hay quien interpreta (Arrow, 1989) el modelo de Von Neumann como una generalización (para incluir producción conjunta y elección de técnicas) del modelo de Cassel, una versión simplificada del modelo de Walras publicada en alemán en 1918 y traducida al inglés en 1923 (edición inglesa del original alemán revisado en 1932). Habría que citar además el precedente de Remak (1929), quien coincidió en Berlín con Leontieff, Von Bortkiewicz y Von Neumann a finales de los años 20. Remak generalizaba el modelo de Leontieff (1928) para dos mercancías. Para un análisis de la relación del modelo de Von Neumann con los modelos de Cassel y Remak véase Kurz y Salvadori (1995), páginas 407 y siguientes.

Leontieff (1928), Solow (1952) y Debreu y Herstein (1953), Dorfman, Solow y Samuelson (1958) analizan ya en profundidad las propiedades de los sistemas de producción lineal. Estos últimos autores apuntan que los economistas venían «haciendo economía lineal durante más de cuarenta años sin ser conscientes de ello» (página 1), y recogen la tradición formada por la teoría de la programación lineal (Kantorovich, 1939; y Dantzig, 1947), el análisis insumo-producto (Leontief, 1928 y 1936, 1941 y 1951) y la teoría de juegos (Zemelo, 1913, y Von Neumann, 1928, que generaliza el análisis de Borel, 1924). Adviértase que el trabajo de Sraffa (1960) encajaría en la tradición histórica de desarrollos del análisis insumo-producto, pero es como mucho una aportación tardía y poco original, si bien con ánimo declarado de polémica (*Preludio a una Crítica de la Teoría Económica*). Recordemos que de forma paralela se desarrolla en Europa del Este una tradición que quedó oculta para Occidente mucho tiempo, y de la que se supo a través del trabajo ya citado de Rubin (1928), traducido al inglés mucho después.

- Arrow, K.J. (1951): «Alternative proof of the substitution theorem for Leontieff models in the general case», en Koopmans, T.C. (ed.) (1951): *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley and Sons, New York, páginas 155-164.
- Benzel, R. y Hansen, B. (1954-1955): «On Recursiveness and Interdependency in Economic Models», *Review of Economic Studies*, t. XXIII, 1954-1955, páginas 153 y siguientes.
- Bródy, A. (1970): *Proportions, Prices and Planning: A Mathematical Restatement of the Labour Theory of Value*, North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1974.
- Cassel, G. (1932): *The Theory of Social Economy*, Kelley, New York, 1967.
- Dmitriev, V.K. (1898-1904): *Economic Essays on Value, Competition and Utility*, Cambridge University Press, ed. D.M. Nuti, London, 1974.
- Dore, M.; Chakravarty, S.; y Goodwin, R. (eds.) (1989): *John von Neumann and Modern Economics*, Clarendon Press, Oxford, 1989.
- Dore, M.; Chakravarty, S.; y Goodwin, R. (eds.) (1989): *John von Neumann and Modern Economics*, Clarendon Press, Oxford.
- Feldman, G.A. (1928): *Zur Wachstumstheorie des Nationaleinkommens*, Europäische Verlagsanstalt and Europa Verlag, Frankfurt a.M. y Viena, 1969.
- Frobenius, G. (1908): «Über Matrizen aus positiven Elementen I», *Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften*, pp. 471-476.
- Frobenius, G. (1909): «Über Matrizen aus positiven Elementen II», *Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften*, pp. 514-518.
- Frobenius, G. (1912): «Über Matrizen aus nicht negativen Elementen», *Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften*, pp. 456-477.
- Gale, D. (1956): «The closed linear model of production», en Khun, H.W. y Tucker, A.W. (eds) (1956): *Linear Inequalities and Related Systems*, Princeton University Press, Princeton, 1956.
- Gale, D. (1960): *The theory of linear economic models*, McGraw, Nueva York, 1960.
- Gantmacher, R. F. (1959): *The Theory of Matrices*, 2 vols., Chelsea Publishing Co., New York.
- Howard, M.C. y King, J.E. (1989): *A History of Marxian Economics: Volume I, 1883-1929*, Macmillan, Hong Kong, 1989.
- Howard, M.C. y King, J.E. (1992): *A History of Marxian Economics: Volume II, 1929-1990*, Macmillan, Hong Kong, 1992.
- Husson, M. (1980): «Valeur et prix: un essai de critique des propositions néo-ricardiennes», *Critiques de l'économie politique*, nouvelle série, n°10 Janvier-mars, 1980, páginas 122 a 149.
- Kantorovich, L. V. (1939): «Mathematical methods of organizing and planning production», *Management Science*, vol. 6(4), julio de 1960, páginas 363-422.

- Kantorovich, L. V. (1942): *The Best Uses of Economic Resources*, Pergamon, Oxford, 1965.
- Kemeny, J.G.; Morgenstern, O., y Thompson, G.L. (1956): «A generalization of von Neumann's model of an expanding economy», *Econometrica*, 24, páginas 115 a 135.
- Komorzynsky, J.V. (1897): «Der dritte Band von Carl Marx "Das Capital": eine Kritische Abhandlung über die Arbeitswerttheorie und die Socialistische Lehre vom Capitalsertrage», *Zeitschrift für Volkswirtschaft, Socialpolitik und Verwaltung*, 6:2.
- Koopmans, T.C. (1951): «Alternative proof of the substitution theorem for Leontieff models in the case of three industries», en Koopmans, T.C. (ed.) (1951): *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley and Sons, New York, páginas 147-154.
- Koopmans, T.C. (ed.) (1951): *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley and Sons, New York.
- Kyn, O. et al. (1970): «Price System Computable from Input-Output Coefficients», en Carter, A. y Bródy, A. (eds.) (1970): *Input-Output Analysis*, North Holland, Amsterdam.
- Kurz, H.D. y Salvadori, N. (1995): *Theory of Production. A Long-Period Analysis*, Cambridge University Press, New York, 1997.
- Leontieff, W. (1928): «Die Wirtschaft als Kreislauf», *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*, 60, páginas 577-623. Procedente de su Tesis Doctoral, supervisada por Bortkiewicz. Traducido al inglés, con cambios, en Leontieff (1991).
- Leontieff, W. (1953): «Domestic Production and Foreign Trade: the American Capital Position Re-examined», en Leontieff, W. (1966): *Input-Output Economics*, Oxford University Press, New York, páginas 68-99.
- Leontieff, W. (1985): *Essays in Economics. Theories, Theorizing, Facts and Policies*, Transaction Books, New Brunswick y Oxford.
- Leontieff, W. (1991): «The Economy as a Circular Flow», *Structural Change and Economic Dynamics*, 2, 1991, páginas 177-212.
- Marx, C. (1862-63 [1956]; 1980): *Teorías sobre la plusvalía I. Tomo IV de El Capital*, Fondo de Cultura Económica, México, 1980.
- Marx, C. (1862-63 [1959]; 1980): *Teorías sobre la plusvalía II. Tomo IV de El Capital*, Fondo de Cultura Económica, México, 1980.
- Marx, C. (1862-63 [1962]; 1980): *Teorías sobre la plusvalía III. Tomo IV de El Capital*, Fondo de Cultura Económica, México, 1980.
- Marx, C. (1867; 1959): *El Capital. Crítica de la Economía Política. Tomo I*, Fondo de Cultura Económica, México, 1995.
- Marx, C. (1885; 1959): *El Capital. Crítica de la Economía Política. Tomo II*, Fondo de Cultura Económica, México, 1992.

- Marx, C. (1894; 1959): *El Capital. Crítica de la Economía Política. Tomo III*, Fondo de Cultura Económica, México, 1995.
- Marx, K. (1863-1867): *Ökonomische Manuskripte 1863-1867*, Dietz Verlag, Berlín.
- Mühlport, W. (1895): «Karl Marx und die Durchschnittsprofirate», *Jahrbücher für Nationalökonomie*, vol. 65, páginas 92-99; basado en su Tesis Doctoral de 1893, *Preis und Einkommen in der Privatkapitalistischen Gesellschaft*, Hartungsche Buchdruckerei, Königsberg.
- Okishio, N. (1959): «Measurement of the Rate of Surplus Value», *Histotsubasbi University Institute of Economic Research*, 10, páginas 1 a 9.
- Review*, 7, 1961, páginas 85-99.
- Perron, O. (1907): «Zur Theorie der Matrizen», *Mathematische Annalen*, 44, julio, pp. 248-263.
- Remak, R. (1929): «Kann die Volkswirtschaftslehre eine exakte Wissenschaft werden?», *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 131, páginas 703-735.
- Roncaglia, A. (1990): *Las Escuelas Sraffianas*, Cuadernos de Economía Aplicada, CEURA, Madrid, 1990.
- Rubin, I. (1928): *Ensayo sobre la teoría marxista del valor*, Pasado y Presente, Buenos Aires, 1974.
- Samuelson, P.A. (1951): «Abstract of a theorem concerning substitutability in open Leontief models», en Koopmans, T.C. (ed.) (1951): *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley and Sons, New York, páginas 142-146.
- Seton, F. (1957): «El "problema de la transformación"», *Revista Española de Economía*, 1, enero-abril de 1975, páginas 211-228.
- Shibata, K. (1933): «The Meaning of the The Theory of Value in Theoretical Economics», *Kyoto University Economic Review*, 8(2), páginas 49-68.
- Solow, R. M. (1952): «On the Structure of Linear Models», *Econometrica*, 1952, summer, páginas 29-46.
- Sraffa, P. (1960): *Producción de mercancías por medio de mercancías. Preludio a una crítica de la teoría económica*, Oikos-Tau, Barcelona, 1983.
- Struik, D.J. (1948): «Marx and Mathematics», *Science and Society*, vol. XII, nº 1, invierno de 1948, New York.
- Sweezy, P. (1942): *Teoría del desarrollo capitalista*, Fondo de Cultura Económica, México, 1977.
- Tugan-Baranowsky, M.I. (1905): *Theoretische Grundfagen des Marxismus*, Duncker&Humbolt, Leipzig.
- Varga, E. (1928): *The Decline of Capitalism: The Economics of the Decline of Capitalism After Stabilization*, Communist Party of Great Britain, Londres, 1928.

Varga, E. (1935): *The Great Crisis and Its Political Consequences, 1928-1934*, Howard Fertig, New York, 1974.

Von Borkiewicz, L. (1906-1907): «Value and Price in the Marxian System. Part I», *International Economic Papers*, 1952, vol. 2, páginas 5 a 60. Es la traducción al inglés de un trabajo en alemán dividido en tres partes que se publicó dividido en dos (parte I, y partes II y III), con el título «Wertrechnung und Preisrechnung im Marxschen System», *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*, Band XXIII, julio de 1906 (parte I); y Band XXV, julio y septiembre de 1907 (partes II y III).

Von Borkiewicz, L. (1907): «On the correction of Marx's fundamental Theoretical Construction in the Third Volume of Capital», *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, julio de 1907; en Sweezy, P. (ed.) (1949): *Karl Marx and the Close of His System*, Orion Editions, 1984, Philadelphia.

Von Charasoff, G. (1909): *Karl Marx über Menschliche und Kapitalistische Wirtschaft*, H. Bondy, Berlín.

Von Charasoff, G. (1910): *Das System des Marxismus*, H. Bondy, Berlín.

Von Neumann, J. (1932): «A model of general economic equilibrium», *Review of Economic Studies*, 13, 1945, páginas 1 a 9.

Zaghini, E. (1964): «Sobre mercancías no básicas», *Investigaciones Económicas*, 1982; originalmente en *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, vol. 103, páginas 257-266.